Hochschule für Wirtschaft und Umwelt Nürtingen-Geislingen

– Fakultät Betriebswirtschaft und Internationale Finanzen –

Prof. Dr. Max C. Wewel

Übungsklausur im Modul

Empirische Methoden II

(Stochastik, Stichprobenverfahren)

Name		**Matrikel-Nr .**	
Vorname		**Semester-Nr.**	
Studiengang		**Klausur Nr .**	

Wiederholer ? ☐ **JA** ☐ **NEIN**

↑
Diese Nummer ist bereits eingetragen.
Bitte nicht verändern!

Hinweise für die Bearbeitung der Klausur

1. Dieser Klausurvordruck umfasst **8 Seiten**. Bitte kontrollieren Sie Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

2. Die Klausur besteht aus einem **verbindlichen Hauptteil** und einem **freiwilligen Zusatzteil**.

Der **Hauptteil** umfasst **4 Aufgaben,** bei denen insgesamt 100 Punkte erzielt werden können. Bitte achten Sie auf eine **nachvollziehbare Darstellung der wesentlichen Lösungsschritte.** Die richtige Lösung ist jeweils anzukreuzen bzw. in das dafür vorgesehene Feld einzutragen.

Im **Zusatzteil** ist für **10 Aussagen** zu beurteilen, ob sie zutreffen oder nicht. Für jedes richtige Urteil werden 2 Punkte vergeben; umgekehrt werden aber auch für jedes falsche Urteil 2 Punkte abgezogen. (Nicht beurteilte Aussagen werden mit 0 Punkten bewertet.)

3. Als **Hilfsmittel** sind zugelassen:

- die **in der Klausur ausgeteilte** Formelsammlung „Statistik“,
- ein Taschenrechner ohne Textfunktionen.

4. In der Formelsammlung dürfen **keine Markierungen** oder **Kommentierungen** vorgenommen werden.

5. **Als Schreibpapier ist nur dieser Klausurvordruck erlaubt; Lösungen auf anderem Papier werden grundsätzlich nicht gewertet.** Ergebnisse, Rechnungen und Erläuterungen sind in die dafür vorgesehenen **umrandeten Felder** einzutragen. Benutzen Sie notfalls die letzte Seite.

6. **Es ist nicht gestattet, den Klausurvordruck auseinander zu trennen.**

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 Wahrscheinlichkeitsrechnung 40 Punkte

In der Produktion von „Überraschungseiern“ werden 50% der Eier mit Dinosauriern, 30% mit Spielzeugautos und 20% mit einem kleinen Kreisel gefüllt. Bei einem Kindergeburtstag werden sechs Eier verlost.

a) Wie sind die folgenden Zufallsvariablen verteilt (Typ und Parameter) ?

- **X_S :** Anzahl der Saurier in den verlosten Eiern, ☐
- **X_A :** Anzahl der Autos in den verlosten Eiern, ☐
- **X_K :** Anzahl der Kreisel in den verlosten Eiern. ☐

Sind die drei Zufallsvariablen X_S, X_A und X_K stochastisch unabhängig? **ja** ☐ **nein** ☐

Begründung: ☐

Punktzahl: / 8

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in den sechs verlosten Eiern …

(1) nur Saurier enthalten sind?

☐ 0,0156 ☐ 0,1382 ☐ 0,2621 ☐ 0,5032 ☐ 0,7443

(2) kein Kreisel enthalten ist?

☐ 0,0156 ☐ 0,1382 ☐ 0,2621 ☐ 0,5032 ☐ 0,7443

(3) höchstens zwei Autos enthalten sind?

☐ 0,0156 ☐ 0,1382 ☐ 0,2621 ☐ 0,5032 ☐ 0,7443

(4) genau zwei Autos enthalten sind, wenn bekannt ist, dass keines der Eier einen Saurier enthält?

☐ 0,0156 ☐ 0,1382 ☐ 0,2621 ☐ 0,5032 ☐ 0,7443

(1)

(2)

(3)

(4)

Punktzahl: /14

c) Bei der Herstellung kommt es gelegentlich vor, dass ein Ei keine Füllung erhält. Bei den Saurier-Eiern beträgt die „Leer-Quote“ 1%, bei den Auto-Eiern 2% und bei den Kreisel-Eiern 3%.

Wie ist dann die Anzahl der am Kindergeburtstag verlosten Leer-Eier (X_{L6}) verteilt (Typ und Parameter)?

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass …

- unter den sechs verlosten Eiern mindestens ein leeres Ei ist?

  ☐ 0,0170 ☐ 0,0372 ☐ 0,0574 ☐ 0,0776 ☐ 0,0978

- ein leeres Ei aus der Auto-Serie stammt?

  ☐ 0,1843 ☐ 0,2686 ☐ 0,3529 ☐ 0,4372 ☐ 0,5215

Punktzahl: **/11**

d) Wie ist die Anzahl der leeren Eier in einer Lieferung von 100 Eiern (X_{L100}) bzw. 1000 Eiern (X_{L1000}) näherungsweise verteilt?

Hinweis: möglichst einfacher Verteilungstyp!

- X_{L100} ~ **Begründung:**
- X_{L1000} ~ **Begründung:**

Punktzahl: **/ 7**

Aufgabe 2 Wahrscheinlichkeitsverteilungen 20 Punkte

In einem industriellen Fertigungsprozess sind die Vorgangszeiten T_1, T_2 und T_3 Zufallsvariablen, deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen folgendermaßen gegeben sind:

T_1 hat im Wertebereich $W_1 = [0;30]$ [Minuten] die Dichtefunktion $f_1(t) = \frac{1}{15} - \frac{1}{450}t$.

T_2 ist exponentialverteilt mit $\lambda=0{,}2$ [Minuten^{-1}].

T_3 ist normalverteilt mit $\mu=16$ [Minuten] und $\sigma^2=25$ [Minuten^2].

a) Berechnen Sie für die Vorgangszeiten T_1 und T_2 jeweils den Erwartungswert in [Minunten] und die Varianz in [Minuten^2] !

E[T_1] =	☐ 5	☐ 10	☐ 15	☐ 20	☐ 25
V[T_1] =	☐ 10	☐ 20	☐ 25	☐ 40	☐ 50
E[T_2] =	☐ 5	☐ 10	☐ 15	☐ 20	☐ 25
V[T_2] =	☐ 10	☐ 20	☐ 25	☐ 40	☐ 50

Punktzahl: **/12**

b) Bestimmen Sie für die drei Vorgänge jeweils die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Vorgang länger als 20 Minuten dauert!

P(T_1>20) =	☐ 0,0183	☐ 0,1111	☐ 0,2119	☐ 0,3207	☐ 0,4375
P(T_2>20) =	☐ 0,0183	☐ 0,1111	☐ 0,2119	☐ 0,3207	☐ 0,4375
P(T_3>20) =	☐ 0,0183	☐ 0,1111	☐ 0,2119	☐ 0,3207	☐ 0,4375

Punktzahl: **/ 8**

Aufgabe 3 Stichprobenziehung 20 Punkte

An einem Englischkurs des betrieblichen Fortbildungsprogramms nehmen 30 Mitarbeiter teil, von denen 20 Prozent in der Schulzeit überhaupt keinen Englischunterricht hatten. Es werden zufällig vier Kursteilnehmer für eine Grammatik-Übung ausgewählt.

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine Vierergruppe auszuwählen?

☐ 24 ☐ 251 ☐ 2622 ☐ 27405 ☐ 810000

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der Vierergruppe...

- keine Person in der Schulzeit Englischunterricht hatte?

☐ 0,00055 ☐ 0,0024 ☐ 0,0105 ☐ 0,0457 ☐ 0,2

- alle Personen in der Schulzeit Englischunterricht hatten?

☐ 0,3046 ☐ 0,3877 ☐ 0,4936 ☐ 0,6284 ☐ 0,8

Wie ist die Anzahl der Personen mit Englischunterricht in der Schulzeit (X) in der zufällig ausgewählten Vierergruppe verteilt (Verteilungstyp und Parameter)? ☐

Punktzahl: /12

b) Die Kursleiterin weiß nicht, wie viele Jahre die Teilnehmer in der Schulzeit Englischunterricht hatten. Auf ihre Nachfrage erklären die vier ausgewählten Personen, dass sie in der Schule 5, 0, 2 und 8 Jahre Englischunterricht hatten.

Bestimmen Sie aus diesem Stichprobenergebnis mit Hilfe von erwartungstreuen Schätzfunktionen Punktschätzungen für ...

- den Anteil π der Personen im Kurs, die in der Schulzeit keinen Englischunterricht hatten,
- die durchschnittliche Dauer μ des Schulenglischunterrichts der Kursteilnehmer in [Jahren] sowie
- die Varianz σ^2 der Dauer des Schulenglischunterrichts der Kursteilnehmer in [Jahren^2] !

$\hat{\pi}_4$ = ☐ $\hat{\mu}_4$ = ☐ [Jahre] $\hat{\sigma}_4^2$ = ☐ [Jahre^2]

Punktzahl: / 8

Aufgabe 4 Schätzen und Testen 20 Punkte

In einer deutschen Großstadt gibt es 50000 Mietwohnungen. Mit Hilfe einer Stichprobenerhebung ohne Zurücklegen soll der durchschnittliche Mietzins pro Quadratmeter festgestellt werden.

a) Zunächst soll ermittelt werden, welcher Stichprobenumfang erforderlich ist, wenn bei einem Konfidenzniveau von 99% eine Genauigkeit von 0,10 [€/m^2] eingehalten werden soll. Aufgrund früherer Ergebnisse wird die Varianz in der Grundgesamtheit auf maximal 5 [€^{2}/m^4] veranschlagt.

notw. Stichprobenumfang: ☐ 2494 ☐ 2700 ☐ 2906 ☐ 3112 ☐ 3318

Punktzahl: **/ 5**

b) In einer Zufallsstichprobe vom Umfang 3600 ohne Zurücklegen wird ein durchschnittlicher Mietzins von 12,60 [€/m^2] und eine Stichprobenvarianz von 2,89 [€^{2}/m^4] festgestellt. Bestimmen Sie damit ein 99%-Konfidenzintervall!

Konfidenzintervall: **[;]** [€/m^2]

Punktzahl: **/ 6**

c) In einem Bericht der ortsansässigen Makler wird behauptet, dass bereits mindestens 10% der Mieter einen Mietzins bezahlen, der über 15 [€/m^2] liegt. In der obigen Stichprobe traf dies jedoch nur auf 9% der Mietwohnungen zu. Muss die Behauptung der Makler angesichts dieses Ergebnisses bei einem Signifikanzniveau von 1% zurückgewiesen werden?

Nullhypothese: **Verteilung der Testfunktion:**

empirischer Wert der Testfunktion: **kritischer Bereich:**

Ablehnung von H_0 ? **ja** ☐ **nein** ☐

Punktzahl: **/ 9**

Zusatz (freiwillig) je Aussage ± 2 Punkte

Vorsicht: Falsche Antworten führen zu Punktabzug!

Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen **richtig** sind! **ja nein**

a) Für die Dichtefunktion einer Zufallsvariable X gilt im Wertebereich immer: $0 \leq f(x) \leq 1$. ☐ ☐

b) Für eine reellwertige Zufallsvariable X gilt immer: $E[X^2] \geq 0$. ☐ ☐

c) Eine Zufallsvariable X kann nur dann standardisiert werden, wenn sie normalverteilt ist. ☐ ☐

d) Die Summe zweier stochastisch unabhängiger Rechteck-verteilter Zufallsvariablen ist wieder Rechteck-verteilt. ☐ ☐

e) Eine hypergeometrisch verteilte Zufallsvariable kann als Summe von Bernoulli-Variablen interpretiert werden. ☐ ☐

f) Die Chi-Quadrat-Verteilung ist grundsätzlich unimodal und linkssteil. ☐ ☐

g) Bei der Stichprobenziehung mit Zurücklegen sind die Ergebnisse der Stichprobenzüge X_t (t=1,...,n) stochastisch abhängig. ☐ ☐

h) Bei einer einfachen Zufallsstichprobe haben alle Elemente der Grundgesamtheit die gleiche Chance, in die Stichprobe zu gelangen. ☐ ☐

i) Die Verteilung des Stichprobenmittelwerts $\overline{X}_n$ strebt für $n \to \infty$ gegen die Standard-normalverteilung. ☐ ☐

j) Je kleiner das empirische Signifikanzniveau ist, desto stärker spricht der Stichproben-befund gegen die Nullhypothese. ☐ ☐

Übertrag der Punktzahlen

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Zusatz
/40	/20	/20	/20	

Gesamtpunktzahl:	Note:
/100	