

Aufgabe 7.10

a) Urnenmodell ohne Zurücklegen, $n = 5$, sehr kleiner Auswahlsatz (da N sehr groß), $\pi = 0,1 \Rightarrow X_5 \sim \mathbf{B(5;0,1)}$

$$\text{b) } P(X_5 \geq 1) = 1 - p_B(0|5;0,1) \stackrel{(7.15)}{=} 1 - \binom{5}{0} (0,1)^0 (0,9)^5 = 1 - 0,5905 = \mathbf{0,4095}$$

$$\text{c) } X_{50} \sim B(50;0,1) \stackrel{(7.32)}{\approx} P(50 \cdot 0,1) = \mathbf{P(5)} \quad X_{100} \sim B(100;0,1) \stackrel{(7.84)}{\approx} N(100 \cdot 0,1; 100 \cdot 0,1 \cdot 0,9) = \mathbf{N(10;9)}$$

$$\text{d) } P\left(\frac{X_{50}}{50} > 0,14\right) = P(X_{50} > 7) \stackrel{\text{c)}}{=} 1 - F_P(7|5) \stackrel{(7.29)}{=} 1 - e^{-5} \left(1 + 5 + \frac{25}{2} + \frac{125}{6} + \frac{625}{24} + \frac{3125}{120} + \frac{15625}{720} + \frac{78125}{5040}\right) = 1 - 0,8666 = \mathbf{0,1334}$$

$$P\left(\frac{X_{100}}{100} > 0,14\right) = P(X_{100} > 14) \stackrel{\text{c)}}{=} 1 - F_N(14,5|10;9) \stackrel{(7.88)}{=} 1 - \Phi\left(\frac{14,5 - 10}{3}\right) \stackrel{(7.50)}{=} 1 - \Phi(1,5) \stackrel{(A.1)}{=} 1 - 0,9332 = \mathbf{0,0668}$$

e) Urnenmodell ohne Zurücklegen, $n = 5$, $M = 2$, $N = 20 \Rightarrow Y \sim \mathbf{H(5;2;20)}$

$$\Rightarrow P(Y=0) = p_H(0|5;2;20) \stackrel{(7.22)}{=} \frac{\binom{2}{0} \cdot \binom{18}{5}}{\binom{20}{5}} = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16} = \mathbf{0,5526}$$