Aufgabe 10.12

a) Stichprobe **ohne** Zurücklegen, $\frac{n}{N} = \frac{600}{1500} = 0{,}4 > 0{,}05$ ($\rightarrow$ Korrektur!)

$$1-\alpha = 0{,}95 \overset{(A.4)}{\Rightarrow} z_{0,975} = 1{,}96 \quad \Rightarrow \quad \tilde{\delta}_S \overset{\substack{(8.10)\\(8.11)}}{=} 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{600}} \cdot \sqrt{1-\frac{600}{1500}} = 0{,}0304$$

$\Rightarrow$ 95%-Schwankungsintervall für die **Frauenquote** bei den Einstellungen:

$$S_{0,95}(P_{600}) = \left[0{,}4-0{,}0304; 0{,}4+0{,}0304\right] = \left[\mathbf{0{,}3696; 0{,}4304}\right]$$

$\Rightarrow$ 95%-Schwankungsintervall für die **Anzahl** der eingestellten Frauen:

$$S_{0,95}(600P_{600}) = 600 \cdot \left[0{,}3696; 0{,}4304\right] = \left[221{,}76; 258{,}24\right] \approx \left[\mathbf{222; 258}\right]$$

b) Der Frauenanteil bei den eingestellten Personen (= Stichprobe) $p_{600} = \frac{225}{600} = 0{,}375$ liegt innerhalb des 95%-Schwankungsintervalls und weicht damit – beim Signifikanzniveau 5 % – nicht signifikant vom Frauenanteil bei den Bewerbern (= Grundgesamtheit) ab.

c)

- Nullhypothese: $H_0: \quad \pi = \mathbf{0{,}4}$
- kritischer Bereich: $\alpha = 0{,}05 \overset{(A.4)}{\Rightarrow} z_{0,975} = 1{,}96 \quad \Rightarrow \quad B_{0,05} \overset{(10.10)}{=} \left\{ \mathbf{t} \in \mathbf{R} \,\middle|\, |\mathbf{t}| > \mathbf{1{,}96} \right\}$
- empirischer Wert der Testfunktion: $\tilde{t}_{600} \overset{\substack{(10.20)\\(10.21)}}{=} \dfrac{0{,}375-0{,}4}{\sqrt{\dfrac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{600}}} \Big/ \sqrt{1-\frac{600}{1500}} = -\mathbf{1{,}614} \notin B_{0,05} \quad \Rightarrow \quad$ **keine** Ablehnung von H_0

Aufgabe 10.12 (Fortsetzung)

d) Die Testfunktion ist bei diesem Test standardnormalverteilt, wenn **H_0 richtig** ist **und** bei der Stichprobenziehung eine **uneingeschränkte Zufallsauswahl** getroffen wird. Im Gegensatz zur „normalen“ Fragestellung bei Hypothesentests steht hier die **Richtigkeit von H_0 nicht zur Debatte**; 40% der Bewerber sind bekanntermaßen weiblich. Somit wird hier die (sonst vorausgesetzte) Annahme geprüft, **ob tatsächlich eine uneingeschränkte Zufallsauswahl stattgefunden hat**.

e)
- Nullhypothese: $H_0: \ \mu = \mathbf{17{,}2}$ [Jahre]
- kritischer Bereich: $\alpha = 0{,}01 \overset{(A.4)}{\Rightarrow} z_{0,995} = 2{,}576 \quad \Rightarrow \quad B_{0,01} \overset{(10.10)}{=} \left\{ \mathbf{t} \in \mathbf{R} \,\middle|\, |\mathbf{t}| > \mathbf{2{,}576} \right\}$
- empirischer Wert der Testfunktion: $\tilde{t}_{600} \overset{\substack{(10.17)\\(10.21)}}{=} \dfrac{17{,}5 - 17{,}2}{1{,}5/\sqrt{600}} \Big/ \sqrt{1 - \frac{600}{1500}} = \mathbf{6{,}325} \in B_{0,01} \quad \Rightarrow \quad$ **Ablehnung** von H_0

f) Die Grundgesamtheit besteht aus den Bewerbern des aktuellen Jahrgangs ($\mathbf{N} = \mathbf{1500}$).

g) **Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest** für die dichotomen Merkmale **Erfolg bei der Bewerbung** ($X;\ p = 2$) und **Geschlecht** ($Y;\ q = 2$)

- Grundgesamtheit: alle Personen, die sich irgendwann bei diesem Unternehmen um einen Ausbildungsplatz bewerben
- Stichprobe: Bewerber des aktuellen Jahrgangs ($\mathbf{n} = \mathbf{1500}$)

Aufgabe 10.12 (Fortsetzung)

h)

- Nullhypothese: $H_0: \ \mathbf{h_{ij}^{GG} = h_{i.}^{GG} \cdot h_{.j}^{GG} \quad für \ \ i=1{,}2 \ \ und \ \ j=1{,}2}$

  D.h.: Die Merkmale **Erfolg bei der Bewerbung** (X; p=2) und **Geschlecht** (Y; q=2) sind bei **allen Bewerbern** bei diesem Unternehmen **unabhängig verteilt**.

- kritischer Bereich: $\alpha = 0{,}05; \ (p-1)\cdot(q-1) = 1 \ \overset{(A.3)}{\Rightarrow} \ x_{0,95} = 3{,}84 \qquad \Rightarrow \qquad B_{0,05} \overset{(10.55)}{=} \left\{ \mathbf{t \in R} \,\middle|\, \mathbf{t > 3{,}84} \right\}$

- Zweidimensionale absolute (und relative) Häufigkeiten in der Stichprobe:

x_i \\ y_j	**Mann**	**Frau**	$\mathbf{n_{i.}\ (h_{i.})}$
Erfolg	375 (0,25)	225 (0,15)	600 (0,4)
kein Erfolg	525 (0,35)	375 (0,25)	900 (0,6)
$\mathbf{n_{.j}\ (h_{.j})}$	900 (0,6)	600 (0,4)	1500 (1,0)

$\Rightarrow$ empirischer Wert der Testfunktion:

$$t_{1500} \overset{(10.54)}{=} 1500 \cdot \left(\frac{(0{,}25-0{,}24)^2}{0{,}24} + \frac{(0{,}15-0{,}16)^2}{0{,}16} + \frac{(0{,}35-0{,}36)^2}{0{,}36} + \frac{(0{,}25-0{,}24)^2}{0{,}24} \right) = 1500 \cdot 0{,}001736 = \mathbf{2{,}604} \notin B_{0,05}$$

$\Rightarrow$ **keine** Ablehnung von H_0