Hochschule für Wirtschaft und
Umwelt Nürtingen-Geislingen

– Fakultät Betriebswirtschaft
und Internationale Finanzen –

Prof. Dr. Max C. Wewel

2019

Aufgaben zum Tutorium

Empirische Methoden I

(Datenanalyse und Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung)

1. Rechnen mit Summen- und Produktzeichen
2. Statistische Grundbegriffe; Häufigkeitsverteilungen
3. Mittelwerte
4. Streuungsmaße
5. Konzentrationsanalyse
6. Zweidimensionale Verteilungen und Kontingenz
7. Zweidimensionale Verteilungen und Korrelation
8. Regressionsanalyse
9. Zeitreihenanalyse
10. Indexzahlen
11. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung
12. Satz von Bayes und Kombinatorik

Tutorium 1: Rechnen mit Summen- und Produktzeichen

Das Summenzeichen

Zur abkürzenden Schreibweise von Summen, die aus n „gleichgebauten“ Summanden $a_1, a_2, ..., a_n$ besteht, verwendet man das Summenzeichen:

$$a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i \quad .$$

i heißt Summationsindex. Unter bzw. über dem Summenzeichen wird angegeben, wo i beginnt bzw. endet. i erhöht sich schrittweise um 1. Σ ist der griechische Buchstabe **S**igma (wie **S**umme).

Beispiele: a) $1+2+3+4+...+15+16 = \sum_{i=1}^{16} i$ b) $\sum_{j=1}^{4}(2j-1) = 1+3+5+7$

Das Produktzeichen

Zur abkürzenden Schreibweise von Produkten, die aus n „gleichgebauten“ Faktoren $a_1, a_2, ..., a_n$ besteht, verwendet man das Produktzeichen:

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot ... \cdot a_n = \prod_{i=1}^{n} a_i \ .$$

Π st der griechische Buchstabe **P**i (wie **P**rodukt).

Beispiel: $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 = \prod_{i=1}^{5} 2^i$

Aufgabe 1

Berechnen Sie:

a) $\sum_{i=1}^{5}(i+1)$ **b)** $\sum_{i=1}^{10} 3$ **c)** $\sum_{i=3}^{5} 2^i$ **d)** $\sum_{k=3}^{6}(5k-3)$ **e)** $\sum_{j=0}^{2} \frac{1}{(j+1)(j+3)}$ **f)** $\sum_{i=1}^{3} 2^i 3^{i-1}$.

Aufgabe 2

Schreiben Sie mit Hilfe des Summenzeichens

a) die Summe der Zahlen von 100 bis 200;
b) die Summe der Kehrwerte der Zahlen von 10 bis 20;
c) die Summe der Quadrate der Zahlen von 1 bis 20;
d) die Summe aller geraden Zahlen von 2 bis 100.

Aufgabe 3

Schreiben Sie die Summen ohne Summenzeichen und prüfen Sie, ob die Gleichungen allgemein gültig sind:

a) $\sum_{j=1}^{n}(a_j + b_j) = \sum_{j=1}^{n} a_j + \sum_{j=1}^{n} b_j$ **b)** $(\sum_{i=1}^{n} a_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i^2$ **c)** $\sum_{i=1}^{n}(a_i + b_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n} a_i b_i + \sum_{i=1}^{n} b_i^2$.

Aufgabe 4

Gegeben sind folgende Werte:

i	(j)	1	2	3	4	5
xi	(xj)	2	3	5	7	3

Berechnen Sie daraus: **a)** $\sum_{i=1}^{5} x_i^2$ **b)** $\sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{5} x_i \cdot x_j$ **c)** $\prod_{i=1}^{5} \frac{x_i}{x_{6-i}}$.

Tutorium 2: Statistische Grundbegriffe; Häufigkeitsverteilungen

Stichworte:
- Merkmal, Merksmalsausprägung, Merkmalsarten, Skalierung
- Statistische Masse, Merkmalsträger, Beobachtungswert
- absolute/relative/kumulierte/normierte Häufigkeiten
- gruppierte/klassierte Häufigkeitsverteilung

Aufgabe 1

Die Autofahrer unter den BWL-Studenten des 2. Semesters an der HfWU sollen nach dem Alter ihres Autos, der Automarke und dem Grad der Zufriedenheit mit ihrem Fahrzeug gefragt werden.

a) Erklären Sie an diesem Beispiel die Begriffe Merkmal, Merkmalsträger, Merkmalsausprägung und Beobachtungswert!

b) Wie sind die zu erhebenden Merkmale skaliert?

Aufgabe 2

Bei einer Umfrage über die jährliche Kilometerleistung von 500 PKW-Besitzern ergaben sich folgende Daten:

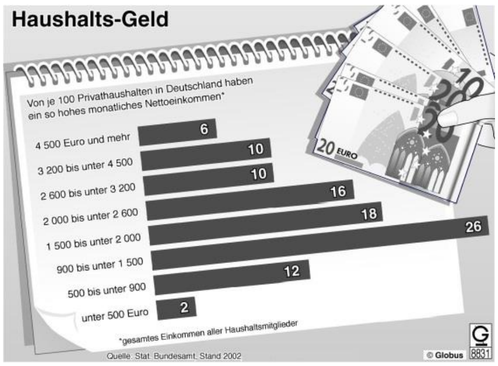
km-Leistung [1000 km]	Anzahl der PKW-Besitzer
0 – 5	50
5 – 10	100
10 – 25	200
25 – 50	100
50 – 100	50

a) Stellen Sie die relative Häufigkeitsverteilung tabellarisch und grafisch in Form des Histogramms und der empirischen Verteilungsfunktion dar! Welche Annahme wird über die Verteilung der Beobachtungswerte innerhalb der Klassen getroffen?

b) Wie sind die grafischen Darstellungen abzuändern, wenn ….
- die ersten beiden Klassen zu einer Klasse zusammengefasst werden?
- Einpunkt-Verteilungen innerhalb der Klassen angenommen werden?

Aufgabe 3

In der folgenden Grafik ist eine Häufigkeitsverteilungen dargestellt.



a) Bestimmen Sie die Merkmalsträger, das Merkmal und die Merkmalsausprägungen. Was ist an der Darstellung zu kritisieren?

b) Berechnen Sie die zugehörigen relativen und kumulierten Häufigkeiten und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion!

Tutorium 3: Mittelwerte

Stichworte:
- Modus, Median (Quartile), arithmetisches Mittel
- Verteilungstypen, Lageregeln
- geometrisches Mittel, harmonisches Mittel

Aufgabe 1

Ein Staubsaugervertreter erzielte im letzen Quartal in seinen 20 Bezirken folgende Absatzstückzahlen:

6, 4, 14, 4, 6, 10, 6, 16, 4, 14, 10, 4, 6, 12, 6, 4, 14, 10, 4, 6.

Bestimmen Sie die Quartile und das arithmetische Mittel! Was sagen diese Werte hier aus?

Aufgabe 2

Für die 50 landwirtschaftlichen Betriebe einer Gemeinde erhält man folgende Verteilung nach der Anzahl der Arbeitskräfte:

Arbeitskräfte	1	2	3	4	5	6
Betriebe	2	2	12	18	10	6

a) Zeichnen Sie die relative Häufigkeitsverteilung und beurteilen Sie den Verteilungstyp!

b) Berechnen und interpretieren Sie den dichtesten Wert, den Zentralwert und das arithmetische Mittel!

Aufgabe 3

Für die drei Regionen eines Landes liegen folgende Angaben für das Jahr 2004 vor:

Region	Fläche [km²]	Bevölkerungsdichte [Einw./km²]	Ärztezahl	Ärztedichte [Ärzte/1000 Einw.]
1	10000	60	300	0,5
2	6000	200	1200	1,0
3	4000	300	1500	1,25

a) Berechnen Sie die Bevölkerungsdichte und die Ärztedichte für das gesamte Land im Jahr 2004!

b) Wie hat sich die Ärztedichte jährlich im Durchschnitt verändert, wenn es im Jahr 2000 im ganzen Land nur 2800 Ärzte gab und die Bevölkerung in den vier Jahren um 3% zugenommen hat?

Hinweis:

Überlegen Sie sich bei den Aufgaben jeweils, um welche Art von Daten es sich handelt!

Tutorium 4: Streuungsmaße

Stichworte:
- mittlere absolute Abweichung
- Varianz, Standardabweichung und Variationskoeffizient
- Dispersionsindex und Diversität

Aufgabe 1

Berechnen Sie für Aufgabe 1 (bzw. 2) von Tutorium 3 jeweils:
- die mittlere absolute Abweichung vom Zentralwert bzw. vom arithmetischen Mittel;
- die Varianz, die Standardabweichung und den Variationskoeffizienten!

Aufgabe 2

Für die Haushalte einer Region ergibt sich folgende Einkommensverteilung:

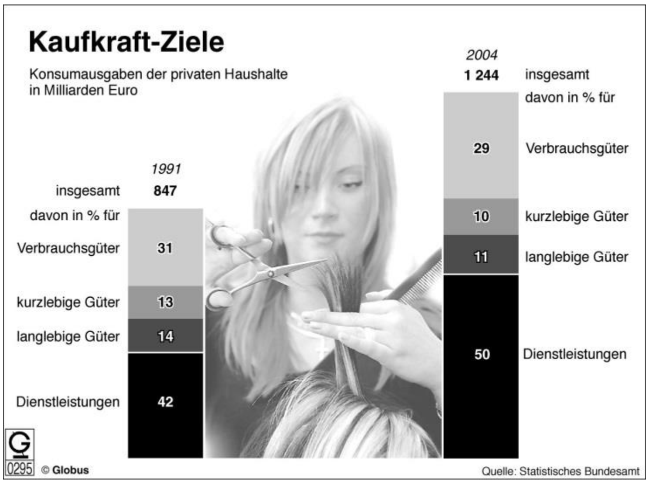
Einkommen [1000 Euro]	Anzahl der Haushalte [1000]
0 – 2	6
2 – 3	6
3 – 5	6
5 – 10	2

a) Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung grafisch dar und bestimmen Sie den Modus, den Median und das arithmetische Mittel! Interpretieren Sie diese Mittelwerte! Welcher Verteilungstyp liegt vor?

b) Berechnen Sie die Varianz, die Standardabweichung und den Variationskoeffizienten!

Aufgabe 3

Die untenstehende Grafik zeigt für die Jahre 1991 und 2004 jeweils eine Häufigkeitsverteilung.



a) Welches Streuungsmaß kann für den Vergleich der beiden Verteilungen herangezogen werden? Berechnen Sie dieses Streuungsmaß jeweils für 1991 und 2004 ! Was sagt die Veränderung dieses Maßes aus?

b) Um wie viel Prozent haben sich die Ausgaben für Dienstleistungen von 1991 bis 2004 insgesamt und durchschnittlich pro Jahr verändert?

Tutorium 5: Konzentrationsanalyse

Stichworte:
- Begriff der Konzentration
- Lorenz-Kurve
- Gini-Koeffizient

Aufgabe 1

Bei der Inventur in einem Ersatzteillager wurde die folgende wertmäßige Verteilung der Posten ermittelt:

Einzelwert [Euro]	Anzahl der Teile]
0 – 20	2000
20 – 100	1600
100 – 250	280
250 – 1000	120

a) Bestimmen Sie die Quartile, den Modus, das arithmetische Mittel und die Varianz!

b) Ermitteln und zeichnen Sie die Lorenz-Kurve und beurteilen Sie die Konzentration anhand des Gini-Koeffizienten!

Aufgabe 2

Die Bruttogehälter eines mittelständischen Unternehmens sind wie folgt verteilt:

Gehaltsgruppe	Bruttogehalt [Euro]	Anzahl der Beschäftigten
I	0 – 2000	84
II	2000 – 5000	96
III	5000 – 9000	20

Die Unternehmensleitung behauptet, 50% der Beschäftigten hätten ein Bruttogehalt über 3500 Euro und die Bruttogehaltssumme betrage 1 Mio. Euro. Sind diese Behauptungen haltbar?

Aufgabe 3

Eine Bank hat im letzten halben Jahr die folgenden Privatkredite ausgezahlt:

Kredithöhe [1.000 €]	Anzahl der Kredite
0 – 2	100
2 – 6	300
6 – 10	400
10 – 20	200

a) Nennen Sie für das Merkmal X „Kredithöhe“ die Merkmalsart, die Skalierung sowie die Merkmalsträger und ihre Anzahl! Zeichnen Sie das Histogramm und die empirische Verteilungsfunktion von X !

b) Bestimmen Sie das arithmetische Mittel, die Quartile sowie die Varianz der Verteilung!

c) Schätzen Sie den Gesamtwert der Kredite sowie den Wert der 10% kleinsten bzw. den Wert der 10% größten Kredite!

d) Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten und beurteilen Sie die Konzentration unter den Krediten!

Tutorium 6: Zweidimensionale Verteilungen und Kontingenz

Stichworte:
- Zweidimensionale Häufigkeitsverteilung
- Randverteilungen, bedingte Verteilungen
- Kontingenzmaße

Aufgabe 1

Eine Untersuchung der Erwerbstätigkeit in einer Großstadt ergab folgende zweidimensionale relative Häufigkeitsverteilung:

Erwerbstätigkeit y_j / Alter x_i [Jahre]	liegt vor	liegt nicht vor
15 – 25	0,08	0,08
25 – 35	0,16	0,04
35 – 45	0,24	0,01
45 – 55	0,21	0,03
55 – 65	0,06	0,09

a) Was sind hier die Merkmalsträger und die Merkmale? Wie sind sie skaliert?

b) Wie hoch ist der Anteil der Erwerbstätigen in den einzelnen Altersklassen?

c) Wie ist das Alter bei den Erwerbstätigen und bei den Nicht-Erwerbstätigen verteilt? Schätzen Sie jeweils das Durchschnittsalter. In welcher Gruppe streut das Alter stärker?

d) Wie hoch ist in der Erhebung der Anteil ...
- der Erwerbstätigen?
- der unter 45-Jährigen?
- der Nicht-Erwerbstätigen unter 45 Jahren?
- der über 45-Jährigen unter den Erwerbstätigen?
- der Erwerbstätigen unter den über 45-Jährigen?

e) Berechnen Sie den korrigierten Kontingenzkoeffizienten und beurteilen Sie die Abhängigkeit der Merkmale!

Aufgabe 2

In einem Betrieb ergab sich bei einer Erhebung der Merkmale Einkommen (X) und Geschlecht (Y) die folgende zweidimensionale Häufigkeitsverteilung:

y_j / x_i [€]	männlich	weiblich
0 – 1000	10	20
1000 – 2000	20	30
2000 – 3000	30	30
3000 – 4000	30	10
4000 – 6000	10	10

a) Beurteilen Sie mit einem geeigneten Maß die Stärke des Zusammenhangs zwischen beiden Merkmalen!

b) Bestimmen Sie die bedingten Häufigkeitsverteilungen von X und das Durchschnittseinkommen von Männern und Frauen! Warum ist es sinnvoll, das Einkommen als Auswertungsmerkmal zu wählen?

Tutorium 7: Zweidimensionale Verteilungen und Korrelation

Stichworte:
- Kovarianz, positive/negative Korrelation
- Korrelationskoeffizient nach Bravais/Pearson
- Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman

Aufgabe 1

In einem Wohnblock wohnen 50 Haushalte. Für die beiden Merkmale Wohnungsgröße (Zimmerzahl X) und die Anzahl der PKW (Y) ergibt sich die folgende zweidimensionale Häufigkeitsverteilung:

x_i \ y_j	**0**	**1**	**2**	**3**
1	1	4	0	0
2	4	4	2	0
3	0	5	8	2
4	0	2	15	3

a) Wie viel Prozent der Haushalte …
- haben weniger als 3 Zimmer und weniger als 2 Autos?
- mit 1 oder 2 Zimmern sind motorisiert?
- mit mindestens 3 Zimmern haben höchstens ein Auto?

b) Ermitteln Sie die Kovarianz und den Korrelationskoeffizienten!

Aufgabe 2

In einer anderen Wohnanlage mit 100 Haushalten sind die beiden Merkmale „Monatliches Brutto-einkommen“ (X) und Anzahl der PKW (Y) wie folgt verteilt:

x_i [€] \ y_j	**0**	**1**	**2**
0 – 2000	8	24	0
2000 – 5000	2	30	16
5000 – 10000	0	6	14

a) Berechnen Sie für das Merkmal Y das arithmetische Mittel und die Varianz!

b) Bestimmen Sie für das Merkmal X das arithmetische Mittel und die externe Varianz!

c) Schätzen Sie das Durchschnittseinkommen der Haushalte mit keinen, einem bzw. zwei PKW! Was kann man daraus in bezug auf die Korrelation schließen?

d) Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten nach Bravais/Pearson!

Aufgabe 3

Bei einem 10000-Meter-Lauf wurde die Platzierung und die Körpergröße festgehalten:

Platzierung	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Körpergöße [cm]	190	187	178	180	174	182	170	165

Untersuchen Sie den Zusammenhang zwischen beiden Merkmalen anhand eines geeigneten Maßes!

Tutorium 8: Regressionsanalyse

Stichworte:
- Methode der kleinsten Quadrate
- Ex-post-/Ex-ante-Prognosen, Residuen
- Streuungszerlegung, Bestimmtheitsmaß

Aufgabe 1

Bei einer Untersuchung zur wirtschaftlichen Lage der Studierenden an der HfWU wurde zwölf ausländische Studierende nach ihren monatlichen Einkünften (X) und ihren monatlichen Ausgaben für Miete (Y) befragt. Dabei ergaben sich folgende Beobachtungswerte in [Euro]:

x_t	700	1300	850	1000	1450	850	1000	1150	1000	700	1000	1000
y_t	200	380	320	320	500	320	290	320	350	230	350	260

a) Tragen Sie die Beobachtungswerte in ein Streuungsdiagramm ein und heben Sie die Mehrfachwerte besonders hervor!

b) Ermitteln Sie für die Einkünfte und die Mietausgaben jeweils das arithmetische Mittel und die Varianz sowie die Kovarianz zwischen beiden Merkmalen! Was sagt die Kovarianz hier aus?

c) Quantifizieren Sie die Abhängigkeit der Mietausgaben von den Einkünften durch die Regressionsgerade und tragen Sie diese in das Streuungsdiagramm ein!

d) Berechnen und interpretieren Sie das Bestimmtheitsmaß!

e) Prognostizieren Sie die Mietausgaben eines ausländischen Studierenden, der über monatliche Einkünfte von 1200 Euro verfügt!

Aufgabe 2

In der folgenden Tabelle sind für zehn Haushalte jeweils das monatliche Einkommen sowie die Ausgaben für öffentliche Verkehrsmittel angegeben.

t	Monatliches Einkommen in [1.000 €] x_t	Ausgaben für öffentliche Verkehrsmittel in [€] y_t
1	2,0	80
2	3,0	40
3	1,0	100
4	2,0	50
5	2,0	70
6	3,0	40
7	3,5	20
8	1,5	70
9	4,0	10
10	3,0	10

a) Bestimmen Sie die Regressionsgerade nach der Methode der kleinsten Quadrate!

b) Berechnen und interpretieren Sie das Bestimmtheitsmaß und beurteilen Sie damit die Güte der Regressionsgeraden!

Tutorium 9: Zeitreihenanalyse

Stichworte:
- Zeitreihenzerlegung
- Trendgerade
- Saisonfigur
- Saisonbereinigung

Aufgabe 1

Gegeben sind die Halbjahresumsätze einer Industriebranche in [Mrd. Euro]:

t	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	40	43	50	51	57	59	63	69

a) Berechnen Sie die Trendgerade nach der Methode der kleinsten Quadrate sowie die konstante Saisonfigur!

b) Ermitteln Sie die Ex-post-Prognosewerte (Trend und Saison) und die Residuen für die Perioden t=1,…,8 !

c) Beurteilen Sie mit Hilfe der Streuungszerlegung die Erklärungsanteile von Trendgerade und Saisonfigur!

d) Prognostizieren Sie die Umsätze der Perioden t=9 und t=10 ohne und mit Berücksichtigung des Saisoneinflusses!

e) Geben Sie die saisonbereinigte Umsatzreihe an!

Aufgabe 2

In der folgenden Tabelle ist der Energieverbrauch in [10^7 kWh] einer deutschen Großstadt in den Jahren 1999 bis 2002, gegliedert nach Halbjahren, angegeben.

t	**Jahr**	**Halbjahr**	**y_t**
1	1999	Winter	9
2		Sommer	7
3	2000	Winter	11
4		Sommer	8
5	2001	Winter	12
6		Sommer	9
7	2002	Winter	13
8		Sommer	11

a) Ermitteln Sie die Trendgerade für die Entwicklung des Energieverbrauchs. Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß für die Trendgerade und interpretieren Sie diese Zahl!

b) Berechnen Sie die Ex-post-Trendprognosewerte und bestimmen Sie daraus die konstante Saisonfigur!

c) Wie viel Prozent der Streuung der Zeitreihe wird durch die Saisonfigur erklärt? Wie beurteilen Sie die Erklärung durch die Zeitreihenanalyse insgesamt?

d) Bestimmen Sie – soweit möglich – die zentrierten und die nachlaufenden Zwei-Halbjahre-Durchschnitte des Energieverbrauchs!

Tutorium 10: Indexzahlen

Stichworte:

- Zeitreihe, Basis-/Berichtsperiode, Messzahl, Indexzahl
- Preisindex, Mengenindex (Laspeyres/Paasche/Fisher)
- Warenkorb-Formel, Mittelwert-Formel
- Wertindex, Produkt-Formeln
- Umbasierung, Deflationierung

Aufgabe 1

Gegeben sind die Preise und Mengen von vier Gütern in der Basisperiode und in der Berichtsperiode:

i	p_{i0}	p_{it}	q_{i0}	q_{it}
1	10	15	2	4
2	20	40	2,5	2
3	20	25	4	4
4	25	30	2	5

a) Ermitteln Sie die Preis-, Mengen- und Umsatzmesszahlen!

b) Berechnen Sie die Preis- und Mengenindizes nach Laspeyres, Paasche und Fisher sowie den Wertindex!

Aufgabe 2

Für drei Güter sind die Preise (p_{it}) und die Umsatzanteile (g_{it}) in den Jahren t=1,2,3 durch die folgende Tabelle gegeben:

Gut	Preise			Umsatzanteile		
i	p_{i1}	p_{i2}	p_{i3}	g_{i1}	g_{i2}	g_{i3}
1	8	12	12	0,16	0,2	0,2
2	10	15	20	0,44	0,5	0,4
3	20	20	24	0,4	0,3	0,4

Die Umsatzwachstumsrate betrug 20 % im 2. Jahr und 25 % im 3. Jahr.

a) Berechnen Sie die Preis- und Mengenindexreihen P_{1t} und Q_{1t} (t=1,2,3) nach Laspeyres und Paasche!

b) Welche mittleren jährlichen Umsatz-Steigerungsraten ergeben sich für die einzelnen Güter und insgesamt?

Aufgabe 3

Die nachfolgende Tabelle weist die Verschuldung der öffentlichen Haushalte in laufenden Preisen (X_t) sowie den Preisindex für die Lebenshaltung (P_t) für die Bundesrepublik Deutschland aus:

Jahr t	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
X_t [Mrd.Euro]	1019	1087	1133	1166	1200	1211	1224	1278	1358	1430
P_t [1995=100]	100,0	101,5	103,4	104,4	105,0	106,5	108,6	110,1	111,3	113,1

Basieren Sie den Preisindex auf das Jahr 2000 um und berechnen Sie die Verschuldung der öffentlichen Haushalte in Preisen von 2000 !

Tutorium 11: Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Stichworte:

- Zufallsprozess, Ergebnis, Ergebnismenge
- Ereignis, Ereignissystem
- Elementarereignis, sicheres/unmögliches Ereignis
- Ereignisalgebra (Mengenlehre), unvereinbare Ereignisse
- Axiome und Rechengesetze für Wahrscheinlichkeiten
- Bedingte Wahrscheinlichkeit, stochastische Unabhängigkeit

Aufgabe 1

Betrachtet wird der Zufallsprozess „Würfeln mit einem regulären Würfel" und insbesondere die Ereignisse

A: „ungerade Augenzahl" und B: „Augenzahl größer als 3" .

a) Wie viel Ergebnisse bzw. Ereignisse gibt es bei dem Zufallsprozess?

b) Bestimmen Sie. $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(\overline{A} \setminus B)$, $P(A \mid \overline{B})$ und $P(A \cap B \mid \overline{A} \cup \overline{B})$! Formulieren Sie diese Ereignisse verbal! Sind die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig?

Aufgabe 2

Wie groß ist beim Würfeln mit zwei regulären Würfeln die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse?

A:	„mindestens eine 6"	D:	„Pasch (zwei gleiche)"
B:	„genau eine 6"	E:	„mindestens eine 2 oder 3"
C:	„höchstens eine 6"	F:	„Würfelsumme gleich 9"

Wie groß ist ? Welche Ereignisse sind paarweise unvereinbar?

Aufgabe 3

Die Wahrscheinlichkeit, dass in einem zufällig ausgewählten Haushalt einer Stadt ein Computer vorhanden ist, beträgt 80%; die Wahrscheinlichkeit, dass ein Internetanschluss zur Verfügung steht, beträgt 70%. Außerdem ist bekannt, dass mit 65%iger Wahrscheinlichkeit sowohl ein Computer als auch ein Internetanschluss vorhanden sind.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Haushalt ein Computer oder ein Internetanschluss bereitstehen?

b) Sind die Ereignisse C (=„Computerbesitz") und I (=„Internetanschluss") stochastisch unabhängig?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Haushalt mit Computer (bzw. ein Haushalt ohne Computer) einen Internetanschluss besitzt?

Tutorium 12: Satz von Bayes und Kombinatorik

Stichworte:
- Zerlegung der Ergebnismenge
- Satz über die totale Wahrscheinlichkeit
- Satz von Bayes
- Laplace-Prozess
- Kombinationen, Variationen, Permutationen

Aufgabe 1

Ein Autohändler verkauft zu 60 % Gebrauchtwagen und zu 40% Neuwagen. Bei 10% der Neuwagen werden innerhalb eines Jahres nach dem Verkauf Mängel beanstandet; bei 80% der Gebrauchtwagen treten im entsprechenden Zeitraum keine Beanstandungen auf.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass …

a) bei einem verkauften Fahrzeug binnen Jahresfrist Mängel beanstandet werden?

b) ein beanstandetes Fahrzeug ein Gebrauchtwagen bzw. ein Neuwagen ist?

Aufgabe 2

Auf einem Tisch stehen zwei gleich aussehende Urnen. Die eine (U1) enthält vier weiße und drei schwarze Kugeln, die andere (U2) enthält drei weiße und vier schwarze Kugeln. Eine Person wählt blind eine der Urnen und zieht ohne Zurücklegen drei Kugeln. Alle drei sind schwarz. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurden die Kugeln aus der Urne U1 gezogen?

Aufgabe 3

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von sieben zufällig ausgewählten Personen …

a) keine an einem Sonntag geboren wurde?

b) mindestens eine an einem Sonntag geboren wurde?

c) alle an verschiedenen Wochentagen geboren wurden?

Überlegen Sie sich zuerst, wie die Ergebnismenge Ω dargestellt werden muss, damit die Laplace-Formel anwendbar ist!